

---

# Mécanique

---

Ouvrages généraux en mécanique :

- Bertin, Faroux, Renault, *Mécanique* 1 et 2 ; Landau et Lifchitz, *Mécanique*.

Mobiles sur coussins d'air :

- BUP 603 (avril 1978) ; Duffait, *expériences de Physique CAPES* ; D. Beaufiles, *Nouvelles expériences de physique*

Coefficient de frottement bois-bois :

- Quaranta, *Mécanique* ; Bocquet, Faroux, Renault, *Toute la mécanique* (p 372)

Gyroscope :

- Pérez, *Mécanique*
- classes prépa. : Gié-Sarmant, p. 225 ; Bertin-Faroux-Renault (éd. 76), pp. 211-228 (formalisme général et application à des cas particuliers) ;
- J.-C. Radix, *Gyroscopes et gyromètres* ;
- Bruhat, *Mécanique* (démonstrations géométriques très complètes, mais lourdes... ) ;
- Fleury, Mathieu, *Mécanique physique* (descriptif sans démonstration, applications) ;
- Feynman, *Mécanique*, vol. I, § 20.3 ;
- cours de Berkeley vol. I, *Mécanique*, pp. 251-257 (cas particuliers traités simplement, avec interprétations physiques).

## I) Expériences sur coussin d'air

Leur dépouillement est relativement long, il est donc conseillé, en montage, de se limiter à une ou deux des expériences proposées dans cette section.

*références :*

- BUP 603 (avril 1978)
- Duffait, *expériences de Physique CAPES*
- D. Beaufiles, *Nouvelles expériences de physique*

### 1) Montage expérimental

Les mobiles autoporteurs sont pourvus d'une électrode centrale, et parfois d'une seconde électrode au bord. Ils peuvent être lestés à l'aide de masses annulaires, et entourés soit d'un ressort circulaire soit d'une bande velcro, permettant de réaliser respectivement des chocs élastiques ou totalement inélastiques.

Les feuilles de papier spécial sont conductrices pour que deux étincelles se déclenchent simultanément sur les électrodes des deux mobiles présents sur le papier. Ces feuilles sont *chères*. Ne pas oublier de relier la feuille utilisée à la masse. La marque noire due à la décharge apparaît essentiellement sur l'envers de la feuille, où est déposée une couche gélatineuse.

Des frottements subsistent souvent. Pour les réduire il faut une surface bien plane (également bien horizontale si l'on veut annuler la pesanteur). Il est parfois difficile de manipuler seul, il faut s'entraîner à lancer le mobile et déclencher les impulsions aussitôt. Il existe une pédale pour cela.

Pour que l'auditoire voie mieux l'expérience qui est faite, on peut éventuellement utiliser une webcam, en faisant la mise au point sur la feuille.

On peut également effectuer un traitement plus automatisé des résultats en utilisant la caméra rapide et le logiciel Cinéris (N196) et en munissant les mobiles d'une pastille de couleur (percée pour laisser passer les fils et centrée sur le mobile) dont le logiciel pourra repérer la position au cours du temps.

Questions : comment le mobile décolle-t-il ? Si l'air exerce bien une force de poussée, pourquoi le mobile se stabilise-t-il à une certaine hauteur ? Comment est-elle déterminée ?

### 2) Choc de deux mobiles

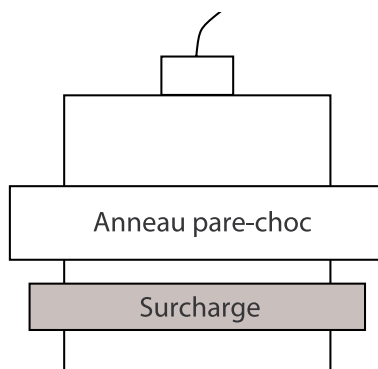
On illustre la conservation de l'impulsion *totale* pour un système isolé.

*Principe :* On lance deux mobiles l'un contre l'autre et on enregistre le mouvement de leurs centres d'inertie A et B. On construit les vecteurs  $\vec{p} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$  et  $\vec{p}' = m_A \vec{v}_A' + m_B \vec{v}_B'$  pour vérifier leur égalité.

*Réalisation :* On a intérêt à surcharger l'un des mobiles pour avoir des masses  $m_A$  et  $m_B$  nettement différentes. Dans ce cas, pour la stabilité verticale, il faut placer l'anneau qui subira le choc *au milieu* du cylindre et l'anneau de surcharge *en dessous*. Il faut lancer les mobiles assez fort pour que les frottements soient bien négligeables.

*Exploitation :*

- A l'aide d'une construction géométrique, réaliser un bilan en impulsions et vérifier la conservation de l'impulsion totale.



- Vérifier la conservation de l'énergie. Quelle erreur systématique peut apparaître lors de la mesure? (*Indication* : bien observer les mobiles après le choc.)

*Variantes :*

- **Pour rendre l'expérience plus rapide, on peut simplement montrer que le barycentre des deux mobiles suit un mouvement rectiligne uniforme.**
- Le cas général où les mobiles ont tous deux des vitesses initiales est fastidieux à dépouiller. C'est plus simple si on lance un mobile sur l'autre *immobile* ( $\vec{v}_B = \vec{0}$ ).
- Il est possible de refaire l'expérience avec des bagues aimantées : on change le détail de l'interaction, mais le bilan doit toujours être vérifié.

## II) Chute libre

*Note : L'expérience proposée ci-dessous est simple de mise en œuvre. Néanmoins, elle ne permet pas d'illustrer des propriétés de mécanique des solides (description en mécanique du point). L'expérience suivante est plus riche car elle introduit le mouvement d'un solide (le cylindre). Afin de gérer le temps au mieux, **choisir entre la chute libre et la rotation du cylindre.***

Une expérience simple de mécanique du point consiste à faire tomber une masse en chute libre. On peut étudier le mouvement soit avec une webcam et SYNCHRONIE, soit avec la caméra rapide Jeulin et le logiciel Cinéris. On en tire la vitesse de la masse, puis son accélération par dérivation numérique.<sup>1</sup>

On pourra calculer la vitesse, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle, pour ainsi vérifier la conservation de l'énergie mécanique.

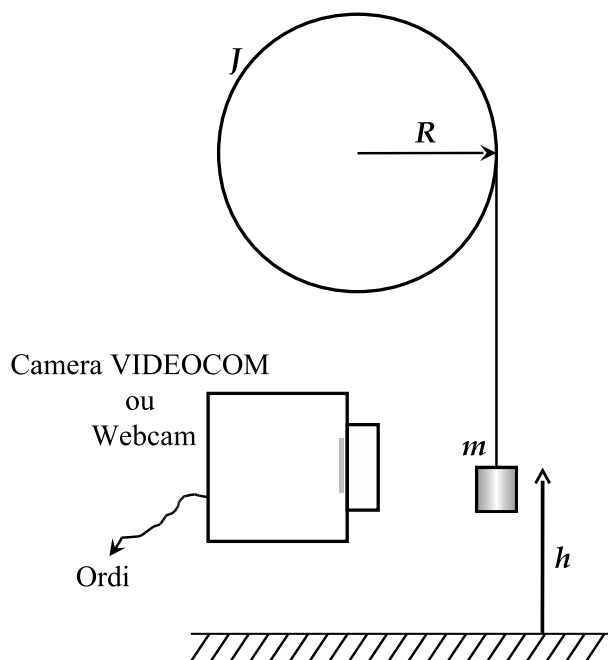
## III) Rotation d'un cylindre soumis à un couple constant

### 1) Dispositif expérimental

On utilise le dispositif suivant :

Noter qu'à cause de l'accélération de la masse  $m$ , **la tension du fil n'est pas  $mg$** , et donc que le couple s'exerçant sur le cylindre n'est pas  $mgR$ .

<sup>1</sup>Cette dérivation introduit du bruit, aussi la précision sur la pente de  $v(t)$  est-elle meilleure que celle de la vérification de  $a = cste$ .



- Évaluer le couple de frottement  $\Gamma = m_f g R$  en cherchant la masse  $m_f$  telle que le système, une fois lancé, évolue à vitesse quasi constante.
- Travailler ensuite avec une masse  $m \gg m_f$ .

On peut, pour un traitement automatisé, utiliser la caméra rapide Jeulin et le logiciel Cinéris (notice N196).

On peut aussi utiliser une webcam et SYNCHRONIE. Cela nécessite un post-traitement de l'enregistrement (en faisant attention aux éventuelles images perdues durant l'acquisition) pour en tirer la position puis la vitesse de la masse.

On peut également utiliser la caméra Leybold (pas toujours facile à régler) et le logiciel VIDEOCOM. La caméra est constituée d'une barrette de DELs et d'une barrette CCD. Les DELs émettent un signal à une fréquence dite fréquence d'échantillonnage. Un réflecteur appliqué sur la masse mobile  $m$  renvoie ce signal sur la CCD. Le logiciel VIDEOCOM traite alors le signal issu de la CCD, et donne ainsi accès à la position et à la vitesse de la masse au cours du temps.

*Remarque :* Il n'est pas évident de calculer l'énergie dans VIDEOCOM. On pourra transférer les données dans un autre logiciel<sup>2</sup> (IGOR, SYNCHRONIE, ...).

## 2) Étude de la vitesse angulaire

- On note  $J$  le moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe de rotation. Montrer qu'en l'absence de frottement la vitesse angulaire est de la forme :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{g/R}{1 + J/mR^2} t + \text{cste}$$

- Mesurer la vitesse  $v$  de la masse, tracer la courbe  $v = f(t)$ , et vérifier la loi ci-dessus. En déduire la valeur de  $J$ . On peut aussi intégrer une fois l'équation et tracer  $h = f(t)$ .

<sup>2</sup>Quand on exporte un tableau de données de VIDEOCOM vers un fichier texte, les décimales sont marquées par des virgules. Avant d'importer les données sous IGOR, il faut convertir toutes ces virgules en points. Le bloc-notes de Windows devrait faire l'affaire.

### 3) Conservation de l'énergie

L'énergie cinétique (proportionnelle à  $v^2$ ) varie linéairement avec la hauteur de chute  $h$ . Le vérifier. Représenter l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique en fonction du temps. Vérifier la conservation de l'énergie mécanique.

### 4) Mesure du frottement solide (très facultatif)

On se propose ici d'obtenir une estimation du frottement dans l'expérience.

On se place dans le cadre du modèle du frottement solide : le couple de frottement  $\Gamma$  ne dépend pas de la vitesse de rotation du cylindre. Son signe dépend cependant du sens de rotation du cylindre.

Si l'on réalise l'expérience ci-dessus à la montée et à la descente, on aura un frottement toujours opposé au mouvement, et donc on aura des accélérations différentes pour les deux phases.

*Protocole* : Placer initialement la masselotte  $m$  en position basse. Lancer le cylindre dans le sens de la montée de la masse, et déclencher l'acquisition. À l'aide d'ajustements, en déduire l'accélération pour les deux phases (descente et montée), et en déduire leur différence  $\gamma_{\text{diff}}$ . On peut montrer que

$$\gamma_{\text{diff}} = R \frac{mgR + \Gamma}{mR^2 + J} - R \frac{mgR - \Gamma}{mR^2 + J} = \frac{2\Gamma/R}{m + J/R^2}.$$

Pour que l'effet soit notable, on prendra une masse assez faible.

En déduire  $\Gamma$ , le comparer à  $m_f g R$  ( $m_f$  est la masse évaluée au début de l'expérience).

## IV) Mesure du coefficient de frottement solide bois-bois

Cette expérience peut être utilisée en particulier dans le montage *Surfaces et Interfaces*. L'objectif est de mesurer les coefficients de frottement statique et dynamique bois/bois.

### 1) Coefficient de frottement statique

*Référence* :

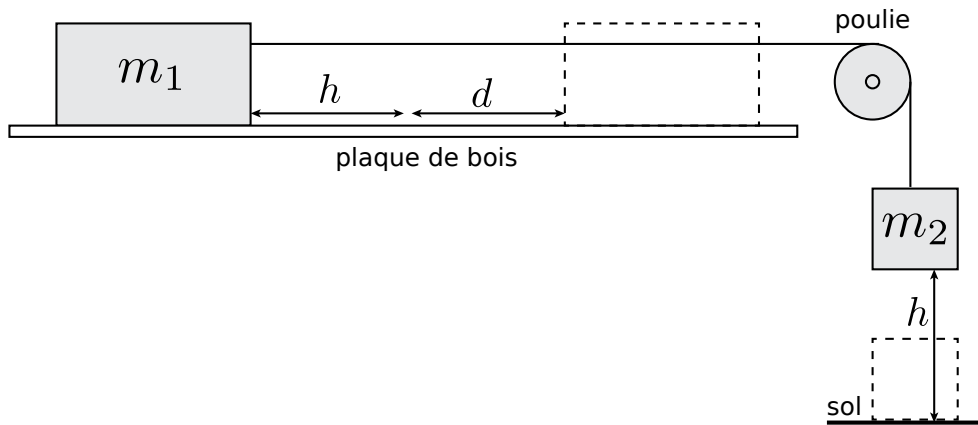
– Quaranta, *Mécanique*

Pour mesurer le coefficient de frottement statique, on dispose sur une planche de bois une masse  $m_1$  composée d'un palet en bois sur lequel on peut éventuellement poser une masse supplémentaire. En utilisant une poulie, on relie cette masse par une ficelle à une autre masse  $m_2$  (poids avec un crochet), voir schéma. En augmentant progressivement la masse  $m_2$ , on atteint une valeur seuil qui rompt l'équilibre, la condition  $T < f_s N$ , soit  $m_2 < f_s m_1$ , n'étant alors plus vérifiée. On déduit  $f_s$  de cette valeur critique de  $m_2$ .

### 2) Coefficient de frottement dynamique

*Référence* :

– Bocquet, Faroux, Renault, *Toute la mécanique* (p 372)



La dynamique suivant le décrochage pour une masse  $m_2$  supérieure à sa valeur critique renseigne sur le coefficient de frottement dynamique. La masse  $m_2$  est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur  $h$  au dessus d'un obstacle qui limite sa chute (le sol par exemple). La masse  $m_1$  parcourt une distance  $h + d$  sur le plan horizontal avant de s'arrêter. On peut relier le coefficient de frottement dynamique  $f_d$  à  $m_1, m_2, h$ , et  $d$  par la formule suivante (à savoir démontrer) :

$$f_d = \frac{m_2 h}{m_2 d + m_1 (h + d)}$$

Faire varier  $m_2$  en gardant  $h$  et  $m_1$  constantes, et tracer sur Igor  $m_2 h$  en fonction de  $m_2 d + m_1 (h + d)$ , la pente correspondant à  $f_d$ . Comparer les valeurs trouvées pour  $f_s$  et  $f_d$  aux ordres de grandeurs usuels.

## V) Expérience de Joule (facultatif)

*référence :*

– Notice N.175

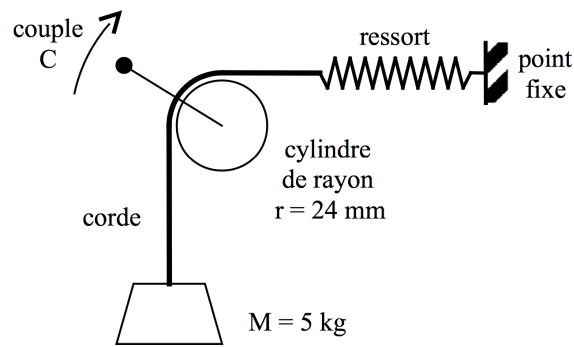
Historiquement Joule a fait plusieurs expériences pour montrer et quantifier l'équivalence chaleur-travail. L'expérience proposée ici est plutôt à présenter comme l'étude d'un phénomène dissipatif, ou comme un bilan énergétique en illustration du premier principe. Sa précision, dans les conditions présentes qui correspondent à une mise en œuvre rapide, est médiocre.

Le principe de l'expérience est le suivant : on cède de la chaleur à un cylindre au moyen du travail de la force de frottement d'une corde qui glisse sur lui, (pour simplifier le schéma on n'a pas représenté les 3 tours de la corde sur le cylindre), et la mesure de l'élévation de température du cylindre permet de faire un bilan énergétique.

### Préparation

Avant tout remplir le cylindre avec 50 mL d'eau (volume maximum possible). Obturer l'ouverture avec le bouchon et sa sonde de température. A l'origine l'appareil est livré avec un thermomètre à alcool peu précis, on le remplace par une sonde électronique. Fixer le support à l'extrémité d'une table.

Vérifier que le compteur de tours fonctionne bien, sinon renforcer son appui sur l'axe du cylindre en utilisant les 2 vis qui maintiennent le compteur en place.



Enrouler 3 fois la corde autour du cylindre et la fixer à la masse de 5 kg posée sur le sol. Ajuster la longueur de corde de façon à ce que dans cette position statique l'extrémité du ressort soit à quelques cm du cylindre.

Vérifier que quand on fait tourner la manivelle la masse de 5 kg décolle du sol et se maintient à quelques cm du sol et mesurer grossièrement l'allongement  $\Delta L$  du ressort.



### Réalisation

Mettre le compteur de tours à zéro ou noter sa valeur de départ.

Connecter la sonde thermique à son appareil de mesure et déterminer la température initiale du cylindre, puis déconnecter la sonde thermique de l'appareil de mesure.

Faire tourner la manivelle sur typiquement 100 tours ce qui prend 1 à 2 minutes, et mesurer la température finale.

### Exploitation

– le travail de la force de frottement vaut :  $W = (Mg - T_{\text{ressort}})2\pi rn$

où  $n$  est le nombre de tours effectués et  $T_{\text{ressort}}$  est un faible terme correctif à calculer sachant que  $k \simeq 55$  N/m.

– le transfert thermique reçu par le cylindre vaut :  $Q = (m + m')c\Delta\theta$

où  $\Delta\theta$  est la variation de température,  $c$  est la capacité thermique massique de l'eau,  $m$  la masse d'eau introduite dans le cylindre, et  $m'$  la masse d'eau équivalente au cylindre proprement dit, d'après la notice du fabricant p. 11,  $m' \simeq 11$  g.

Attention, l'expression du travail  $W$  n'est pas évidente.

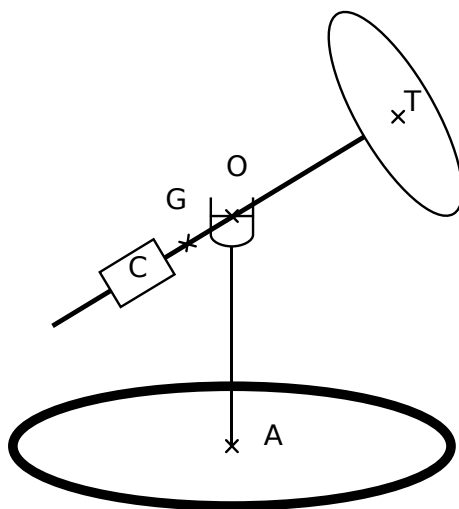
## VI) Le gyroscope (très important)

références :

- Pérez, *Mécanique*
- classes prépa. : Gié-Sarmant, p. 225 ; Bertin-Faroux-Renault (éd. 76), pp. 211-228 (formalisme général et application à des cas particuliers) ;
- J.-C. Radix, *Gyroscopes et gyromètres* ;
- Bruhat, *Mécanique* (démonstrations géométriques très complètes, mais lourdes... ) ;
- Fleury, Mathieu, *Mécanique physique* (descriptif sans démonstration, applications) ;
- Feynman, *Mécanique*, vol. I, § 20.3 ;
- cours de Berkeley vol. I, *Mécanique*, pp. 251-257 (cas particuliers traités simplement, avec interprétations physiques).

### 1) Dispositif expérimental

Le gyroscope permet d'observer le mouvement d'un solide  $S$  mobile autour d'un point fixe  $O$ . On étudie en particulier les mouvements obtenus lorsqu'il est initialement lancé dans une rotation très rapide ( $\omega$ ) autour de son axe principal d'inertie  $OT$ .



Dans notre cas, le gyroscope  $S$  est constitué par l'ensemble suivant : disque de laiton de centre  $T$  + contrepoids  $C$  + axe de liaison. On notera  $J$  le moment d'inertie du disque. Le mouvement autour d'un point fixe est réalisé à l'aide du *cardan* centré en  $O$ .

**Attention à ce que le gyroscope ne heurte absolument aucun obstacle (y compris votre tête...).**

- Avant de commencer, vérifier que le **système de blocage** de la rotation horizontale du gyroscope n'est pas verrouillé.
- L'**équilibrage statique** du gyroscope est obtenu en déplaçant le contrepoids de masse  $m = 2,952$  kg le long de la tige, et le réglage est affiné au moyen de la masselotte située à



l'extrémité du gyroscope. Placer la bague en plastique contre le contre-poids pour repérer la position d'équilibre.

- **Mesure de la vitesse de rotation propre** : On utilise pour cela le compteur de vitesse monté sur le gyroscope. Voir sa notice.
- **Mise en rotation** : Mettre le compteur en marche et lancer le gyroscope à l'aide de la perceuse munie de son embout adapté. Ôter la perceuse lorsque le compteur affiche 0. À cause des frottements, l'affichage de la vitesse réelle réapparaîtra peu après.

## 2) Gyroscope déséquilibré : mouvement de précession (important)

Le gyroscope étant en rotation, déplacer le contrepoids hors de la position d'équilibre statique, et lâcher l'ensemble. Le mouvement est complexe, constitué d'une rotation autour de l'axe vertical (précession) à laquelle se superpose un mouvement de nutation.

Pour éliminer la nutation, il faut accompagner à la main le gyroscope à la bonne vitesse et le lâcher dans ces conditions. Mesurer sur un tour, avec un chronomètre, la vitesse de précession pure  $\Omega$  ainsi obtenue. La vitesse de rotation propre  $\omega$ , qui diminue assez rapidement, sera lue juste avant et juste après cette mesure.

Ce mouvement, où le gyroscope tourne uniformément autour d'un axe à la vitesse  $\vec{\Omega}$ , s'interprète aisément dans le cadre de l'approximation gyroscopique. On se place dans le cas où la rotation propre du gyroscope est suffisamment grande pour qu'on puisse poser :

$$\frac{d\vec{\sigma}_{total}}{dt} \simeq \vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0$$

où  $\vec{\sigma}_0$  est le moment cinétique de rotation propre. Le théorème du moment cinétique devient alors :

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0 = \vec{M}_{exterieur}$$

On montre alors facilement que :

$$\Omega = \frac{m g a}{J \omega}$$

où  $m$  est la masse du contrepoids,  $a$  est la distance dont on l'a déplacé par rapport à la position d'équilibre, et  $J$  le moment d'inertie du disque par rapport à son axe de rotation propre (indiqué sur le gyroscope). La vitesse  $\Omega$  est indépendante de l'angle entre l'axe du gyroscope et la verticale. Le vérifier expérimentalement : tracer par exemple  $\Omega$  en fonction de  $a/\omega$  et en déduire  $J$ .<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Une certaine confusion apparaît dans la littérature entre les termes de précession et de nutation. Les *deux* désignent un mouvement de rotation lent de l'axe OT (quand ils apparaissent simultanément, le point T peut alors décrire des festons).

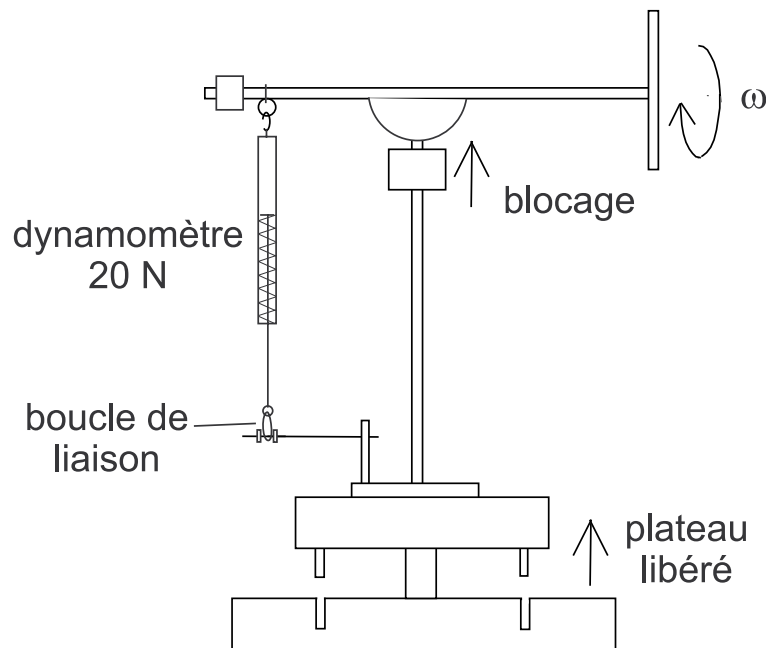
– La *précession* est due à l'effet d'un couple constant agissant sur le centre d'inertie G du solide (par exemple le poids si G n'est pas confondu avec O).

– La *nutation* s'observe même sans couple appliqué (dans ce cas on l'appelle souvent *précession libre*). Elle dépend des conditions initiales du mouvement. Elle apparaît ici, en absence de couple extérieur, dans le cas où le moment cinétique total  $\vec{\sigma}$  n'est pas initialement colinéaire avec l'axe OT. La fréquence de nutation dépend de la différence entre les deux moments d'inertie principaux du solide de révolution (elle n'existe pas pour une sphère). Elle ne peut pas s'étudier en général dans le cadre de l'approximation gyroscopique car dans ce cas l'équation obtenue  $\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0 = \vec{M}_{ext} = \vec{0}$  conduit à  $\vec{\Omega} = \vec{0}$  (hormis le cas très particulier  $\vec{\Omega} \perp \vec{\sigma}_0$ ).

### 3) Gyroscope équilibré dans un repère tournant : couple gyroscopique

Arrêter la rotation propre du gyroscope, réaliser très soigneusement son équilibrage puis le placer au centre du plateau tournant. Bloquer la rotation horizontale à l'aide du dispositif situé en haut du pied, et agir sur le levier qui autorise la rotation horizontale du support de la base du gyroscope. On obtient ainsi un gyroscope à un axe.

Mettre le gyroscope en rotation propre et installer le dynamomètre de telle sorte qu'il indique une valeur un peu inférieure à sa valeur maximum lorsque le gyroscope est à peu près horizontal<sup>4</sup> (voir figure).



Faire tourner **lentement** le plateau de sorte que le gyroscope soit horizontal, mesurer la période de rotation avec un chronomètre et lire la force indiquée par le dynamomètre.<sup>5</sup> En déduire le couple  $\vec{M}_{\text{ext}}$  auquel est soumis le gyroscope lorsqu'il est immobile par rapport au plateau.

On en déduit que le gyroscope applique au dynamomètre, à l'approximation gyroscopique, le couple  $-\vec{M}_{\text{ext}} = -\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0$ . Le couple  $-\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0$  est appelé couple gyroscopique.<sup>6</sup> Vérifier quantitativement cette relation.

*Note : Cette expérience est semblable à celle montrant la précession du gyroscope déséquilibré : celle-là était contrôlée en couple, celle-ci l'est en précession. Cette façon de présenter les choses est proche des applications pratiques : la mesure du couple donne accès à la vitesse absolue de rotation (c'est par exemple ainsi que fonctionne l'antibouger dans les appareils*

<sup>4</sup>Dans cette géométrie, le couple est plus facile à calculer.

<sup>5</sup>La masse du dynamomètre est de 50 g, soit un poids de 0,5 N. L'effet est négligeable sur le couple mesuré, il n'est pas nécessaire de refaire l'équilibrage.

<sup>6</sup>La notion de couple gyroscopique a une portée générale, valable hors de l'approximation gyroscopique. En effet, dans le cas usuel où le gyroscope a un moteur qui maintient sa vitesse de rotation propre constante, on peut traiter rigoureusement le mouvement du gyroscope comme s'il n'avait pas de rotation propre, à condition d'ajouter le moment gyroscopique au moment des forces extérieures (comme si c'était un couple d'inertie).

photos.)

Enlever le dynamomètre et faire tourner doucement le plateau dans un sens ou dans l'autre. Vérifier que le gyroscope tend à s'aligner avec l'axe de rotation. Ceci illustre une application classique du gyroscope : le compas gyroscopique qui permet de repérer le nord géographique.

#### 4) Gyroscope isolé (qualitatif et délicat)

Arrêter la rotation propre du gyroscope, l'équilibrer avec soin et libérer la rotation horizontale (gyroscope à deux axes). Faire tourner le plateau dans les deux cas suivants :

- le gyroscope n'a pas de rotation propre ;
- le gyroscope a une rotation propre la plus grande possible.

On constate dans le premier cas une nette mise en rotation *accélérée* autour de l'axe vertical.

Dans le deuxième cas, le gyroscope semble au premier abord immobile. Si on l'observe un peu plus longtemps, on constate une rotation à *vitesse quasiment constante* qui l'aligne avec la verticale.

Interpréter ces phénomènes en considérant qu'il y a un couple de frottement quasi constant dirigé suivant l'axe vertical. Si la vitesse de rotation propre était 100 fois plus grande, que constaterait-on en pratique ? Application ?

## VII) Forces d'inertie : équilibre relatif avec la force centrifuge (facultatif)

On utilise un moteur électrique d'axe vertical et de vitesse variable. On en mesure la vitesse de rotation au chronomètre (sur une dizaine de tours).

On observe le niveau de l'eau dans un récipient en rotation (voir figure ci-dessous, la cuve est un parallélépipède de faible dimension dans la direction perpendiculaire au plan de figure).

Bien régler l'horizontalité et le centrage de la cuve.

L'équation de la surface libre est celle d'un paraboléoïde d'équation :

$$z(r) = z(r = 0) + \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

Les courbes tracées sur la cuve correspondent à  $[z - z(0)]/r^2 = 1 \text{ m}^{-1}$ ,  $2 \text{ m}^{-1}$  et  $3 \text{ m}^{-1}$ .

